

Obr.: Výpočtový model nosníku

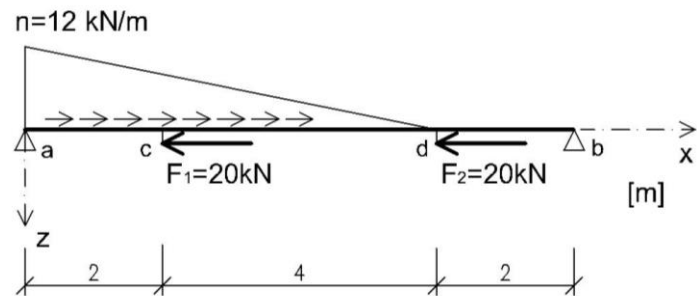
Osově namáhaný prut – ohybová analogie

Zadání

Oboustranně upnutý nosník je namáhaný osovým zatížením podle obrázku.

Osová tuhost průřezu AE je konstantní po celé délce nosníku

Nakreslete průběhy normálových sil po délce nosníku. Použijte analogii s ohybem nosníků.



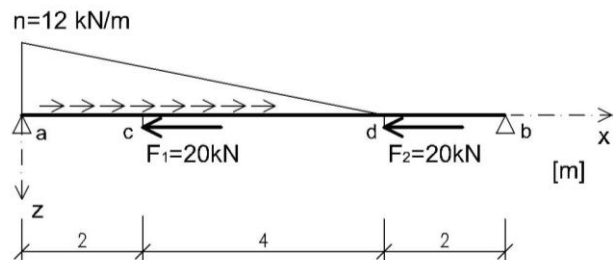
Obr.: Výpočtový model nosníku

Řešení

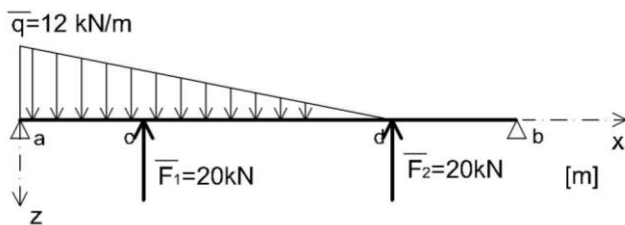
K řešení je možné využít analogie k ohýbaným nosníkům, neboť tuhost průřezu EA je konstantní po celé délce nosníku a zatížení je silové.

V prvním kroku se osově zatížení prutu převede na příčné. Je třeba dbát konvencí – kladné osově zatížení je v kladném směru osy x , kladné příčné zatížení je ve směru kladné osy z .

Nakreslete fiktivní nosník s odpovídajícím příčným zatížením.



Obr.: Výpočtový model nosníku



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku

V konkrétním případě daného schématu je spojité osově zatížení kladné, zatímco osamělé síly působí záporně. Příčné spojité zatížení tedy bude směřovat ve směru osy z, zatímco osamělé síly proti ose z.

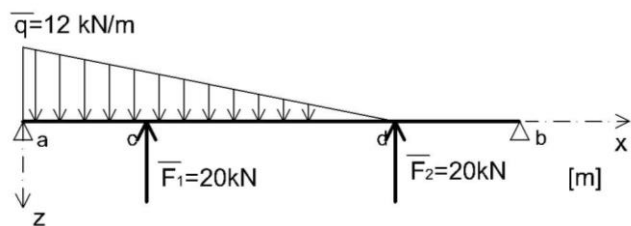
V dalším kroku se budou řešit reakce na fiktivním nosníku.

Určete reakci v bodě a.:

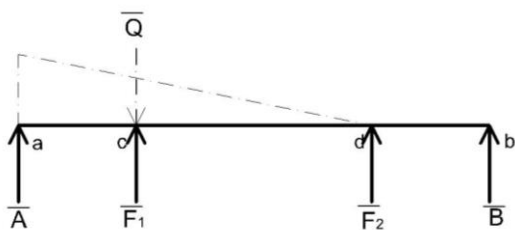
$$\bar{A} = (?) \text{ [kN]}$$

Určete reakci v bodě b.:

$$\bar{B} = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma pro výpočet reakcí

Výpočet reakcí na fiktivním nosníku.

Náhradní břemeno pro výpočet reakcí:

$$\bar{Q} = \frac{6 \cdot \bar{q}_a}{2} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^3}{2} = 36 \cdot 10^3 \text{ N} = 36 \text{ kN}$$

Statické podmínky pro výpočet reakcí:

$$\Sigma M_{a,i} = 0$$

$$-2\bar{Q} + 2\bar{F}_1 + 6\bar{F}_2 + 8\bar{B} = 0$$

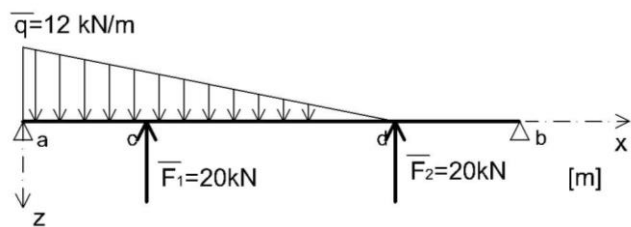
$$\bar{B} = \frac{2 \cdot 36 - 2 \cdot 20 - 6 \cdot 20}{8} = -11 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

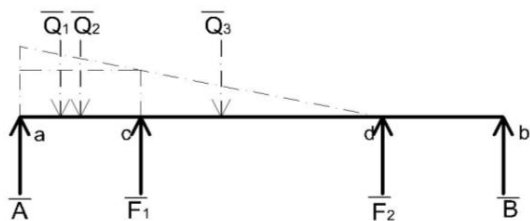
$$\bar{A} - \bar{Q} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{B} = 0$$

$$\bar{A} = 36 - 20 - 20 - (-11) = 7 \text{ kN}$$

Následuje výpočet posouvajících sil.



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma náhradních břemen pro výpočet posouvajících sil

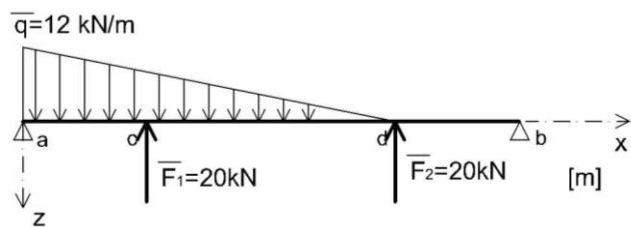
Výpočet posouvajících sil:

Intenzita zatížení:

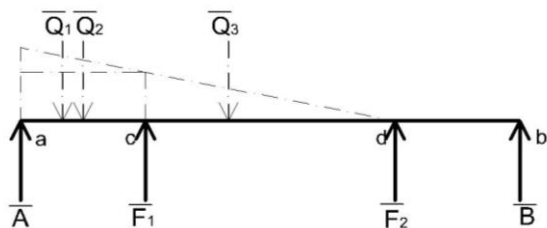
$$\bar{q}_a = 12 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 12 \text{ kN/m}$$

Určete intenzitu zatížení v bodě c :

$$\bar{q}_c = (?) \text{ [kN/m]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma náhradních břemen pro výpočet posouvajících sil

Výpočet posouvajících sil:

Intenzita zatížení:

$$\bar{q}_a = 12 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 12 \text{ kN/m}$$

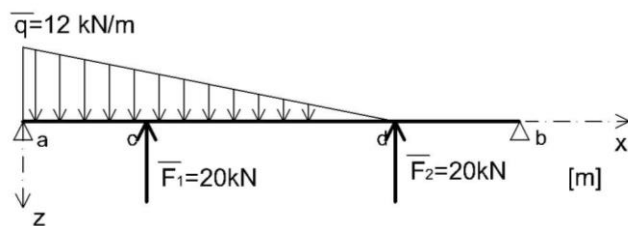
$$\bar{q}_c = \frac{4}{6} \bar{q}_a = \frac{4}{6} 12 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 8 \text{ kN/m}$$

Určete náhradní břemena:

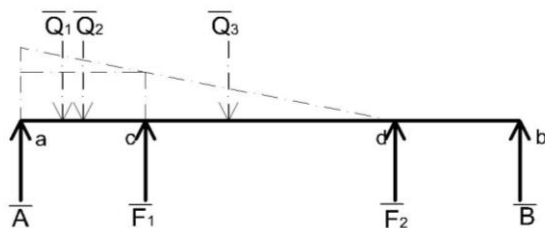
$$\bar{Q}_1 = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{Q}_2 = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{Q}_3 = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma náhradních břemen pro výpočet posouvajících sil

Výpočet posouvajících sil:

Intenzita zatížení:

$$\bar{q}_a = 12 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 12 \text{ kN/m}$$

$$\bar{q}_c = \frac{4}{6} \bar{q}_a = \frac{4}{6} 12 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 8 \text{ kN/m}$$

Náhradní břemena:

$$\bar{Q}_1 = \frac{2 \cdot (\bar{q}_a - \bar{q}_c)}{2} = \frac{2(12 - 8) \cdot 10^3}{2} = 4 \cdot 10^3 \text{ N} = 4 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_2 = 2 \cdot \bar{q}_c = 2 \cdot 8 \cdot 10^3 = 16 \cdot 10^3 \text{ N} = 16 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_3 = \frac{4 \cdot \bar{q}_c}{2} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^3}{2} = 16 \cdot 10^3 \text{ N} = 16 \text{ kN}$$

Určete posouvající síly v důležitých bodech fiktivního nosníku:

$$\bar{V}_a = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{V}_{c,L} = (?) \text{ [kN]}$$

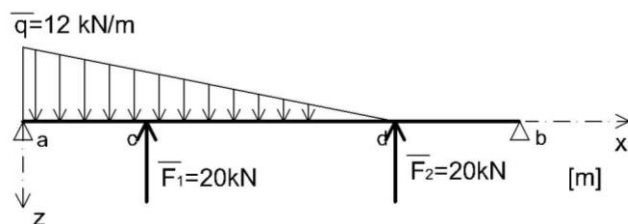
$$\bar{V}_{c,P} = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{V}_{d,L} = (?) \text{ [kN]}$$

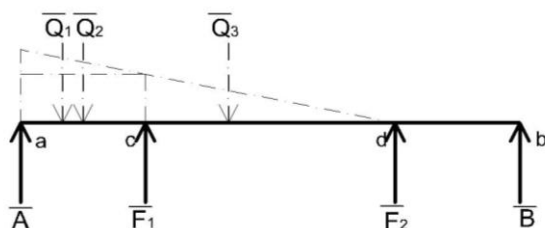
$$\bar{V}_{d,P} = (?) \text{ [kN]}$$

$$\bar{V}_b = (?) \text{ [kN]}$$

Vykreslete průběh posouvajících sil.

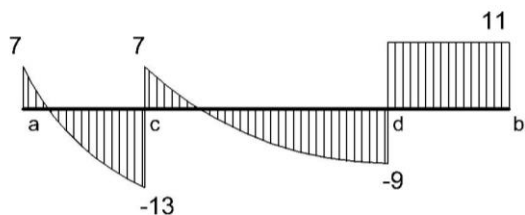


Obr.: Zatížení fiktivního nosníku



Obr.: Schéma náhradních břemen pro výpočet posouvajících sil

\bar{V}
[kN]



Posouvající síly na fiktivním nosníku

Intenzita zatížení:

$$\bar{q}_a = 12 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 12 \text{ kN/m}$$

$$\bar{q}_c = \frac{4}{6} \bar{q}_a = \frac{4}{6} 12 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3 \text{ N/m} = 8 \text{ kN/m}$$

Náhradní břemena:

$$\bar{Q}_1 = \frac{2 \cdot (\bar{q}_a - \bar{q}_c)}{2} = \frac{2(12 - 8) \cdot 10^3}{2} = 4 \cdot 10^3 \text{ N} = 4 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_2 = 2 \cdot \bar{q}_c = 2 \cdot 8 \cdot 10^3 = 16 \cdot 10^3 \text{ N} = 16 \text{ kN}$$

$$\bar{Q}_3 = \frac{4 \cdot \bar{q}_c}{2} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^3}{2} = 16 \cdot 10^3 \text{ N} = 16 \text{ kN}$$

Posouvající síly na fiktivním nosníku:

$$\bar{V}_a = \bar{A} = 7 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{c,L} = \bar{V}_a - \bar{Q}_1 - \bar{Q}_2 = 7 - 4 - 16 = -13 \text{ kN}$$

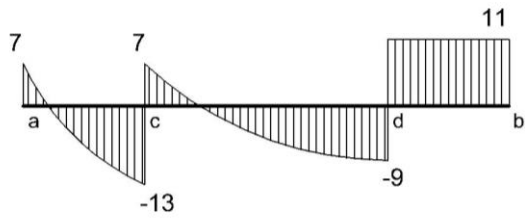
$$\bar{V}_{c,P} = \bar{V}_{c,L} + \bar{F}_1 = -13 + 20 = 7 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_{d,L} = \bar{V}_{c,P} - \bar{Q}_3 = 7 - 16 = -9 \text{ kN}$$

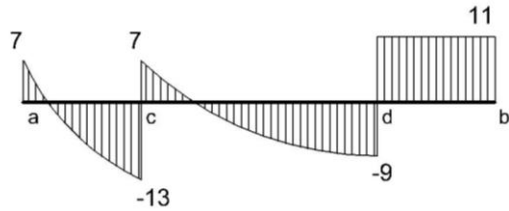
$$\bar{V}_{d,P} = \bar{V}_{d,L} + \bar{F}_2 = -9 + 20 = 11 \text{ kN}$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_{d,P} = 11 \text{ kN}$$

\bar{V}
[kN]



\bar{N}
[kN]



Normálové síly na skutečném nosníku jsou rovny posouvajícím silám na skutečném nosníku:

$$N_a = \bar{V}_a = 7 \text{ kN}$$

$$N_{c,L} = \bar{V}_{c,L} = -13 \text{ kN}$$

$$N_{c,P} = \bar{V}_{c,P} = 7 \text{ kN}$$

$$N_{d,L} = \bar{V}_{d,L} = -9 \text{ kN}$$

$$N_{d,P} = \bar{V}_{d,P} = 11 \text{ kN}$$

$$N_b = \bar{V}_b = 11 \text{ kN}$$